

Kapittel 5: Lånekostnad og viktige låneformer

Svar på oppgave 1-4 finnes direkte i teksten.

Oppgave 5

a) Kontanttrekke:

År	0	1/2	1
Lån	1 000 000		- 1 000 000
Etableringsgebyr	- 2 000		
Renter		- 35 000	- 35 000
Termingebyr		- 50	- 50
	<u>998 000</u>	<u>-35050</u>	<u>- 1 035 050</u>

q = rente pr. halvår

$$998\,000 = \frac{35\,050}{1+q} + \frac{1\,035\,050}{(1+q)^2} \rightarrow q = 3,61\%$$

$$p = \text{effektiv rente p.a.} = 1,0361^2 - 1 = 7,35\%$$

b) Kontanttrekke:

År	0	1/2	1
Lån	1 000 000	- 500 000	- 500 000
Etableringsgebyr	- 2 000		
Renter		- 35 000	- 17 500
Termingebyr		- 50	- 50
	<u>998 000</u>	<u>- 535 050</u>	<u>- 517 550</u>

$$998\,000 = \frac{535\,050}{1+q} + \frac{517\,550}{(1+q)^2} \rightarrow q = 3,65\%$$

$$p = \text{effektiv rente p.a.} = 1,0365^2 - 1 = 7,43\%$$

$$\text{c) Annuitet: } 1\,000\,000 \cdot A_{2,3,5\%}^{-1} = 526\,400$$

Kontanttrekke:

År	0	1/2	1
Lån og renter	1 000 000	- 526 400	- 526 400
Etableringsgebyr	- 2 000		
Termingebyr		- 50	50
	<u>998 000</u>	<u>- 526 450</u>	<u>- 526 450</u>

$$98\,000 = \frac{3\,550}{1+q} + \frac{103\,550}{(1+q)^2} \rightarrow q = 4,62\%$$

$$p = \text{effektiv rente p.a.} = 1,0462^2 - 1 = 9,45\%$$

e) *Samme lånebeløp*

Effektiv rente er lavest for det avdragsfrie lånet (høyest gj.sn. lån) og høyest for serielånet (lavest gj.sn. lån). Forskjellen i effektiv rente skyldes de faste gebyrene.

Ulikt lånebeløp

Effektiv rente er høyest for smålån pga. faste gebyrer. Effektiv rente synker for øvrig med løpetiden for lån av samme årsak (ikke illustrert i eksemplet).

Oppgave 6

$$\text{Annuitet: } 1\,000\,000 \cdot A_{3,9\%}^{-1} = 395\,055$$

Beregning av kontanttrekken for differanselån:

År	0	1	2	3
Annuitetslån	1 000 000	– 395 055	– 395 055	– 395 055
–[Serielån	500 000	– 290 000	– 270 000	]
Differanse	<u>500 000</u>	<u>– 105 055</u>	<u>– 125 055</u>	<u>– 395 055</u>

$$500\,000 = \frac{105\,055}{1+p} + \frac{125\,055}{(1+p)^2} + \frac{395\,055}{(1+p)^3} \rightarrow p = 9,6\%$$

Ytterligere lån må ha en effektiv rente p.a. på under 9,6%.

Oppgave 7

a) Hvis fakturabeløpet er 100, lånes i realiteten 97,5 dersom varene ikke betales pr. 10 dager. 20 dager etter lånoptaket betales lånet pluss 2,5 i renter.

Nøyaktig beregning q

= rente pr. 20 dager

$$97,5 = \frac{100}{1+q} \rightarrow q = 2,564\%$$

$$\text{Rente p.a. uten rentes-rente effekt: } 2,564\% \cdot \frac{360}{20} = 46,15\%$$

Effektiv rente p.a. med rentes-rente-effekt:

$$1,02564^{18} - 1 = 57,7\%$$

Tilnærmet beregning

Alt. 1: Lånebeløp settes lik 100:

$$360 \cdot \frac{2,5\%}{30-10} = 45\%$$

Alt. 2: Lånebeløp settes lik 97,5 (korrekt)

$$360 \cdot \frac{2,5\%}{30-10} \cdot \frac{1}{0,975} = 46,15\% \text{ (jf. ovenfor)}$$

Rentekostnaden ved leverandørkreditt er ofte så høy at det er unødvendig å gjøre nøyaktige beregninger når man skal vurdere om det er lønnsomt å benytte kreditten.

b) Nødvendig kapitaltilførsel: $\frac{3\,600\,000 \cdot (30-10)}{360} = 200\,000$

Rabatt pr. år:	$3\,600\,000 \cdot 0,025 =$	90 000
Økt rentekostn.:	$200\,000 \cdot 0,1 =$	20 000
Resultatforbedring		<u>70 000</u>

Merk at $\frac{90\,000}{200\,000} = 45\%$ (jf. spørsmål a).

Merk også at $\frac{70\,000}{200\,000} = 35\% = 45\% - 10\%$

Oppgave 8

Utnyttelsesgrad (%) Effektiv rente p.a.

0	∞^1
20	$\left(1 + \frac{0,1}{4} + \frac{0,0025}{0,2}\right)^4 - 1 = 15,87\%$
50	$\left(1 + \frac{0,1}{4} + \frac{0,0025}{0,5}\right)^4 - 1 = 12,55\%$
60	$\left(1 + \frac{0,1}{4} + \frac{0,0025}{0,6}\right)^4 - 1 = 12,19\%$
80	$\left(1 + \frac{0,1}{4} \cdot \frac{6}{8} + \frac{0,12}{4} \cdot \frac{2}{8} + \frac{0,0025}{0,8}\right)^4 - 1 = 12,28\%$
100	$\left(1 + \frac{0,1}{4} \cdot \frac{6}{10} + \frac{0,12}{4} \cdot \frac{4}{10} + 0,0025\right)^4 - 1 = 12,33\%$

Effektiv rente er lavest for 60% utnyttelse.

Figuren sløyfes.

Merk at de effektive rentene som er beregnet, ikke er direkte sammenlignbare med lånerenter for andre lånetyper. Dette skyldes at et kassekredittlån gir låntakerne anledning til å variere lånebeløpet.

Oppgave 9

a) Det forutsettes at det også betales betalingsgebyr når kontrakten inngås.

Netto «lån»: $1\,000\,000 - 23\,376 - 50 = 976\,574$

Antall måneder det betales avgift etter «forskuddsbetalingen»: 47

q = rente pr. mnd

$$976\,574 = \sum_{t=1}^{47} \frac{23\,376 + 50}{(1+q)^t} \rightarrow q = 0,511\%$$

¹ Effektiv rente = Provisjon / 0

$$p = (1+0,00511)^{12} - 1 = 6,3\%$$

b)

$$976\,574 = \sum_{t=1}^{47} \frac{23\,376 + 50}{(1+q)^t} + \frac{50\,000}{(1+q)^{48}} \rightarrow q = 0,678\%$$

$$p = (1+0,00678)^{12} - 1 = 8,4\%$$

Oppgave 10

$$\text{Annuitet i avdragsperioden: } 100 \cdot A_{10,4\%}^{-1} = 12,359$$

Halvårlig rente i den avdragsfrie perioden: 4

$$q = 1,0413^2 - 1 = 8,4\%$$

$$100 - 1,5 = \sum_{t=1}^{10} \frac{4}{(1+q)^t} + \sum_{t=1}^{20} \frac{12,329}{(1+q)^t} \rightarrow q = 4,13\%$$

$$p = \text{effektiv rente p.a.} = 1,0413^2 - 1 = 8,4\%$$

Oppgave 11

$$\text{a) } 100\,000 \cdot A_{10,5\%}^{-1} = 12\,950$$

$$\text{b) } 100\,000 - 2200 = \sum_{t=1}^{10} \frac{12\,950 + 50}{(1+q)^t} \rightarrow q = 5,54\%$$

$$\text{c) Rente per måned: } 10\% / 12 = 0,833\%$$

$$100\,000 \cdot A_{60,0,833\%}^{-1} = 2\,125$$

$$100\,000 - 2200 = \sum_{t=1}^{60} \frac{2\,125 + 50}{(1+q)^t} \rightarrow q = 0,999\%$$

$$p = \text{effektiv rente p.a.} = 1,00999^{12} - 1 = 12,67\%$$

Oppgave 12

a) Halvår	Lån	Rente	Avdrag	Σ Utbet. inkl. termingebyr
1	100 000	4 000	10 000	14 050
2	90 000	3 600	10 000	13 650
3	80 000	3 200	10 000	13 250
4	70 000	2 800	10 000	12 850
5	60 000	2 400	10 000	12 450
6	50 000	2 000	10 000	12 050
7	40 000	1 600	10 000	11 650
8	30 000	1 200	10 000	11 250
9	20 000	800	10 000	10 850
10	10 000	400	10 000	10 450

Merk at utbetalingene synker med kr 400 pr. halvår. Netto utbetalt: $100\,000 - 2\,500 = 97\,500$.

$$b) NPV = 97\,500 - \frac{14\,050}{1+q} - \dots - \frac{10\,450}{(1+q)^{10}} \rightarrow p = 9,6\%$$

Manuell beregning:

Prøver man med en rente på 4%, får man en nåverdi på – kr 2 910. 5% rente gir en nåverdi på kr 1 670. Ved interpolering finnes renten pr. halvår slik:

$$4\% + \frac{2\,910}{2\,910 + 1\,670} \% = 4,64\%$$

$$p = \text{effektiv rente p.a.} = 1,0464^2 - 1 = 9,5\% \text{ (Nøyaktig beregning gir omtrent samme verdi)}$$

c) Restlån: 10 000.

Bet. etter 1/2 år: 10 450

$$10\,000 + \frac{10\,450}{1+q} \rightarrow q = 4,5\%$$

$$p = 1,045^2 - 1 = 9,2\%$$

Termingebyret slår mye sterkere ut i den effektive rente når lånet er lavt. På den annen side påvirker ikke etableringsgebyret den effektive rente når lånet først er opptatt. Den første effekten er sterkere i eksemplet enn den siste når bare ett avdrag gjenstår.

Oppgave 13

Det er forutsatt at lånet er 100

$$\text{Alt. 1: } \frac{8}{100-8} = 8,7\% \quad (4)$$

$$\text{Alt. 2: } = 8,4\% \quad (2)$$

$$\text{Alt. 3: } 100 - 2,05 = \sum_{t=1}^3 \frac{2,05}{(1+q)^t} + \frac{100}{(1+q)^4} \rightarrow q = 2,09\%$$

$$1,0209^4 - 1 = 8,63\% \quad (3)$$

$$\text{Alt. 4: } 1,0065^{12} - 1 = 8,09\% \quad (1)$$

Oppgave 14

a)



b)

Rente 10%:

$$\sum_{t=1}^4 \frac{8}{(1+10\%)^t} + \frac{100}{(1+10\%)^4} = \sum_{t=1}^3 \frac{8}{(1+10\%)^t} + \frac{108}{(1+10\%)^4} = 93,66$$

Rente 6%:

$$\sum_{t=1}^4 \frac{8}{(1+6\%)^t} + \frac{100}{(1+6\%)^4} = 106,93$$

Rente 8%:

$$\sum_{t=1}^4 \frac{8}{(1+8\%)^t} + \frac{100}{(1+8\%)^4} = 100$$

Merk at når renten stiger (f. eks. fra 8 til 10 %), så faller verdien av lånet (6,34 % i eksemplet). Når derimot renten går ned, så stiger verdien. Verdi og rente beveger seg altså i motsatt retning.

Merk også at når renten er 8%, ser man at diskonteringsrenten er lik "kupongrenten" (=100*8%), og da må prisen være 100.

c) Verdi etter et år: $\sum_{t=1}^3 \frac{8}{(1+10\%)^t} + \frac{100}{(1+10\%)^3} = 95,03$

Det forutsettes at kravet etter ett år var 10%.

$$93,66 = \frac{8 + 95,03}{1 + p} \rightarrow p = 10\%$$

Alternativ beregning:

Rente	8,00
Kurstigning: $95,03 - 93,66$	1,37
	<u>9,37</u>

$$\text{Avkastning } (p) = \frac{9,37}{93,66} = 10\%$$

d)

Rente 10%:

$$\text{Verdi: } \sum_{t=1}^{19} \frac{8}{(1+10\%)^t} + \frac{100}{(1+10\%)^{19}} = 83,27$$

Rente 6%:

$$\text{Verdi: } \sum_{t=1}^{19} \frac{8}{(1+6\%)^t} + \frac{100}{(1+6\%)^{19}} = 122,32$$

Mens verdien for femårslånet om ett år faller med 6,34 % dersom avkastningskravet øker fra 8 til 10 %, så faller verdien av tjueårslånet med hele 16,73%. Ved et rentefall på to prosentpoeng stiger verdien med henholdsvis 6,93 % og 22,32 %. Vår generelle konklusjon er at for fastrentelån så er kursutslagene ved en *gitt* renteendring større for langsiktige enn for kortsiktige lån

Årsaken til at kursen går mer ned for et langt enn for et kort lån ved en gitt renteoppgang, er at kursnedgangen må kompensere for flere år med lav rente for det lange enn for det korte lånet. Ved rentenedgang er forholdet motsatt.

Merk at den korte renten svinger mer (den er mer volatil) enn den lange renten.

Oppgave 15

a) Oversikt over betalingene knyttet til lånet:

År	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bet.	0	0	0	0	0	5	5	5	5	109,5

$$40 = \sum_{t=1}^5 \frac{0}{(1+p)^t} + \sum_{t=1}^5 \frac{5}{(1+p)^t} + \frac{109,5}{(1+p)^{10}} \rightarrow p = 13,1\%$$

b) Øyensynlig mener markedet at det er stor sannsynlighet for at Kværner ikke klarer å innfri sine låneforpliktelser. Forventet forrentning (avkastning) er der- for betydelig lavere enn 13,1 %. Hadde risikoen vært den samme som for plasseringer som gir 8 % forrentning, skulle kursen på Kværner-lånet ha vært:

$$\sum_{t=1}^5 \frac{0}{(1+8\%)^t} + \sum_{t=6}^9 \frac{5}{(1+8\%)^t} + \frac{109,5}{(1+8\%)^{10}} = 61,99$$

De dårlige rentebetingelsene medfører altså en verdinedgang fra 100 til 61,99. Ytterligere verdinedgang til 40 skyldes dårlig kredittverdighet.

$$c) 40 = \frac{50}{(1+p)} \rightarrow p = 25\%$$

Merk at det ikke betales renter av lånet i den perioden lånet har vært eiet. All avkastning skyldes derfor kursstigning.